Csillagászati észlelés gyakorlatok I.
4. óra

Hajdu Tamás & Perger Krisztina & Császár Anna & Bőgner Rebeka

1. Optikai alapfogalmak

Az emberi szem az elektromágneses sugárzás töredékét képes érzékelni: ezt látható (optikai) tartománynak nevezzük, hullámhossza 380 nm–760 nm. A pupilla tágulásával és szűkítésével (2-8 mm, normál állapotban 4 mm) szabályozni tudjuk a szemünkbe jutó fénymennyiséget. A tipikus távcsövek jóval nagyobbak az emberi pupillánál, így jóval nagyobb felbontóképességet és nagyítást érhetünk el velük. Magyarország legnagyobb távcsöve Piszkéstetőn található, átmérője 1 méter. Ennél jóval nagyobb távcsövek is léteznek, a Kanári-szigeteken kb. 10 méteres optikai távcső működik, és jelenleg épül egy kb. 40 méteres optikai távcső is (E-ELT). Optikai tartományban észlelve a távcső felületén 100 nm-nél nagyobb hibák nem lehetnek (ekkor ugyanis a csiszolati hiba mérete összemérhetővé válna a vizsgálat tárgyát képező fény hullámhosszával), valamint több darabból, méhsejt szerkezetben állnak össze. Ha egy tömbből akanánk létrehozni, a saját súlya alatt túlságosan eldeformálódna, még így is speciális alátámasztás szükséges. Hosszabb hullámhosszakon a megengedett hibák is nagyobbak lehetnek: a legnagyobb mozgatható távcsövek kb. 100 méteresek. Ennél a méretnél nagyobbat mozgatni jelenlegi mérnöki tudásunkkal nem tudunk. Azonban még ennél is nagyobb távcsöveket építenek hegyek közötti több száz méteres átmérőjű völgyekbe, ezek azonban csak a Föld forgásából eredően tudnak különböző égterületekre nézni.

1. ábra. Balra: 100 m átmérőjű, mozgatható rádiótávcső Effelsbergben (www.epta.eu.org). Jobbra: 305 m átmérőjű, fix helyzetű rádiótávcső Areciboban (Wikipedia)

1.1. Felbontóképesség

A felbontóképesség az a legkisebb távolság két pont között, mely esetén az adott optikai rendszer (szem, távcső) még el tudja különíteni a két pontot. Az emberi szem felbontóképessége $\sim 1'$ normál fényviszonyok mellett: ez azt jelenti, hogy 25 cm távolságból még éppen el tudunk különíteni két pontot, ha azok távolsága egymástól 0,08 mm.

A felbontóképesség végességének (egyik) oka, hogy a fény hullámként viselkedik, azaz az objektív peremén elhajlik (diffrakció), így a pontszerű csillag nem pontszerűvé, hanem apró koronggá képződik le (Airy-korong). Ez a hatás tökéletes lencsék esetében is fellép, hiába küszöböljük ki a lencsehibákat (pl. a szférikus vagy kromatikus aberrációt).

Részletes elméleti számítások (Fraunhofer-elhajlás kör alakú résen) segítségével megmutatható, hogy az elhajlási korong szögátmérője a fókuszsíkban:

$$d[\mathrm{rad}] = \frac{\lambda}{D},$$

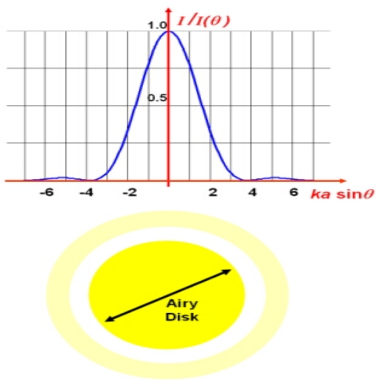
$$d[''] = 206265 \cdot \frac{\lambda}{D}.$$

(A pontosabb, hullámoptikai módszereken alapuló számítás során a fenti képletek még tartalmaznak egy 1,22-es szorzót. Kulin 'A távcső világa' c. munkáját követve ezt most elhanyagoljuk, ami azért nem probléma, mert csak közelítő számolást végzünk.) Ha két csillag szorosan egymás mellett van, akkor az Airy-korongok egybeolvadnak, és a távcső nem tudja különválasztani a két csillagot. A fenti képletek egyben a távcső felbontóképességét is adják: ha két pontszerű fényforrás egymástól $\sim \frac{\lambda}{D}$-nál kisebb távolságra van az égen, Airy-korongjaik átfedése miatt teleszkópunk nem tudja elkülöníteni őket. Látható, hogy a felbontóképesség függ a fény hullámhosszától. A sárgászöld fény hullámhosszára ($\lambda \approx 560$ nm) felírva a képlet a következő alakra egyszerűsödik:

$$d[''] = \frac{11,6}{D\ [\mathrm{cm}]}.$$

A lencsehibák és a fény hullámtermészete mellett egyéb okai is vannak a felbontóképesség határosságának. A csillagok a légköri turbulencia miatt sem lesznek teljesen pontszerűek, ha szabad szemmel rájuk nézünk, vibráló benyomást keltenek. A turbulens áramlások összekeverik a különböző hőmérsékletű levegő cellákat, amiknek különböző a fénytörése. A csillagok látszó méretét az égen seeing-nek szokás hívni. Az ún. jó asztroklímájú földrajzi helyeken a seeing kisebb, mint máshol. A legjobb asztroklímájú hely persze a világűr, ahol a légkör egyáltalán nem zavarja a méréseket.

A fenti összefüggés a felbontóképességre nem veszi figyelembe a **levegő** fénytörését: nagyon ritka, hogy $1''$ alatti pontosságot el lehessen érni mindenféle trükközés nélkül. Ilyen trükk lehet az adaptív optika, amikor a főtükör alakját módosítják a turbulens hatások kiküszöbölésére. Ehhez persze fejlett számítástechnika szükséges, hogy valós időben ezt végre lehessen hajtani. A CCD-k korában emellett létezik szoftveres megoldás is: a CCD chipeken is lekövethetjük a csillag elmozdulását, a töltések



2. ábra. Fent egy Airy-korong intenzitása látható a középponttól vett (szög-)távolság függvényében, lent pedig maga a korong. Látható, hogy magán az Airy-korongon kívül az elhajlás halványabb gyűrű(ke)t is eredményez (http://astronomy.swin.edu.au/cosmos/A/Airy+Disk).

folyamatos léptetésével.

Az egyes távcsövek elméleti felbontóképsségét nem tudjuk növelni, viszont bizonyos esetekben több távcső által egyszerre végzett mérések esetén interferenciaképet hozhatunk létre (IR és rádió hullámhosszakon). Az interferenciaképből visszatranszformált felvétel felbontása akkora lehet, mintha egyetlen, a távcsövek közötti távolságnak (bázistávolságnak) megfelelő átmérőjű távcsővel készült kép lenne. A helyzetet kicsit rontja, hogy ebből a nagyfelbontású képből igazából csak mintavételezünk, így érdemes minél több távcső felvételeit interferáltatni.

3. ábra. Ha több távcsövet használunk, az szemléletesen olyan, mintha az objektívátmérőt növeltük volna (Wikipedia).

1.2. Nyílásviszony

Fényerőnek hívjuk a gyújtótávolság (másnéven fókusztávolság) és az objektív (illetve az apertúra) átmérőjének hányadosát (f/D). Jelölés pl.: F/5. Ez azt jelenti, hogy f/D = 5. Nyílásviszonynak a fényerő reciprokát hívjuk (D/f). Általában a nagy fényerejűeknek az f/4 - f/5-ös, közepes fényerejűeknek az f/6 - f/9-es, kis fényerejűeknek az f/10 - f/15-ös objektíveket szokás nevezni.

A távcsőbe érkező fény mennyisége a távcső átmérőjétől (D), pontosabban az objektív területétől függ ($\propto D^2$): mivel a világűrből érkező fénysugarak jó közelítéssel párhuzamosak, ezért nagy objektíven sok fény "fér be". A fókuszsíkban keletkezett kép méretét, vagyis hogy mekkora területen oszlik el az objektíven beérkező fény, már a fókusztávolság határozza meg: ez az objektív fókuszának négyzetével arányos ($\propto f_{\mathrm{obj}}^2$). Ezek alapján a kép megvilágítottsága, vagyis hogy a fókuszsíkban leképződött kép egységnyi területe mennyi fényt kap, D^2/f^2-tel, tehát a nyílásviszony négyzetével arányos.

1.3. Képméret

Egy 1°-os nyíláshoz tartozó kép mérete az objektív fókuszsíkjában annál nagyobb, minél távolabb keletkezik az egy fokos kép, vagyis minél nagyobb a távcsőobjektív gyújtótávolsága. A kép méretét a következő módon lehet meghatározni:

$$k = 0,0175 \cdot \alpha\ [^\circ] \cdot f_{\mathrm{ob}}\ [\mathrm{cm}].$$

k a cm-ben megadott képnagyság, α a leképezendő objektum szögnagysága és f_{ob} az objektív cm-ben megadott gyújtótávolsága. A 0,0175-es szorzó azért szerepel a képletben, mert ez a váltószám a fok és a radián között:

$$1^\circ = 0,0175\ [\mathrm{rad}].$$

1.4. Nagyítás

Távcső nagyítása = objektív fókusztávolsága / okulár fókusztávolsága. Emellett - tulajdonképpen geometriai okoból - használhatjuk még az objektív- és okulárátmérők hányadosait is: $N = f_{\mathrm{ob}}/f_{\mathrm{ok}} = D_{\mathrm{ob}}/D_{\mathrm{ok}}$. A hasznos nagyításnak alsó és felső határa is van.

Az okulárból kilépő sugárnyaláb átmérőjét (vagy szofisztikáltabban: az objektívnek az okulár által alkotott képét) a távcső kilépő pupillájának nevezzük. A távcső által befogott fénymennyiséget akkor használjuk fel teljesen, ha a távcső kilépő pupillája nem nagyobb, mint a szemünk pupillája, azaz ∼8 mm. Amennyiben ennél kisebb nagyítást használunk, akkor a fény egy része elvész.

Minimális hasznos nagyítás = objektív átmérője mm-ben / 8 mm

$$N_{\mathrm{min}} = \frac{D_{\mathrm{ob}}[\mathrm{mm}]}{8\ \mathrm{mm}} = \frac{D_{\mathrm{ob}}[\mathrm{cm}]}{0,8\ \mathrm{cm}} = 1,25 D_{\mathrm{ob}}[\mathrm{cm}].$$

Ha ennél kisebb nagyítást akarnánk, ahhoz D_{ok}-t 8 mm-nél nagyobbra kellene választanunk, azaz a fénynyaláb egy része nem kerülhetne a pupillánkba.

A másik határt a **felbontóképesség** szabja meg. Induljunk ki az alábbi közelítő formulából:

$$d['']\approx \frac{12}{D_{\mathrm{ob}}[\mathrm{cm}]}.$$

$12/D_{\mathrm{ob}}[cm]$ tehát a távcső által még fölbontható szögtávolságot mutatja. Ebbe "belenagyítani" értelmetlen dolog, nem jutunk plusz információhoz (ha egy homályos képet nagyítóval nézünk, attól nem lesz élesebb...). A kinyert információt akkor maximalizáljuk, ha az N nagyítást úgy választjuk, hogy a $12/D_{\mathrm{ob}}[cm]$ szögtávolság már éppen fölbontható a szemnek (ennek határa 1'=60"). Azaz

$$60" = N \cdot \frac{12}{D_{\mathrm{ob}}[cm]} \rightarrow N = \frac{60}{12} D \text{ [cm]}.$$

Felső hasznos nagyítás= a távcső átmérőjének 5-szöröse. Ennek többszörösét azért célszerű használni, hogy a szemidegek fáradtság nélkül szemlélhessék a részleteket.

A nagyítás fokozásával nő a képméret, de egyrészt a kép megvilágítottsága csökken, másrészt új részletek nem válnak láthatóvá. Ez az úgynevezett **üres nagyítás**.

1.5. Határmagnitúdó

A begyűjtött fény mennyisége az objektív átmérőjének négyzetével arányos. A pupilla átmérőjét vegyük 6 mm-nek. A műszerben annyiszor halványabb (annyiszor kisebb fluxusú) csillagokat észlelünk, ahányszor nagyobb az objektív felülete a szemlencse felületénél:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{D \text{ [mm]}}{6 \text{ mm}}\right)^2.$$

A Pogson-képlet miatt:

$$|\Delta m| = 2,5 \log \left(\frac{D \text{ [mm]}}{6 \text{ mm}}\right)^2.$$

Mivel szabad szemmel maximum $6,5^{\mathrm{m}}$-ig látunk, ezért

$$m_{\mathrm{limit}} = m_{\mathrm{szem}} + \Delta m = 6{,}5 + 2{,}5 \log \left(\frac{D \text{ [mm]}}{6 \text{ mm}}\right)^2.$$

1.6. Látószög

Fontos lehet számunkra az is, hogy tudjuk, hogy egy kiterjedtebb objektum „benne van-e a képben”. Ennek eldöntésére szolgál a távcső látószöge, amit a következő egyszerűsített képlettel lehet bizonyos esetekben kiszámolni:

$$\frac{\alpha_{\mathrm{ok}}}{N} = \alpha_{\mathrm{t}}$$

ahol α_{ok} az okulár látómezeje, N pedig a nagyítás. Egy átlagos okulár látómezeje $40 - 50°$.

1.7. Látszó szögátmérő

Az objektumunk látszó szögátmérőjét (radiánban) a fizikai átmérőjének és távolságának hányadosából kaphatjuk meg: $\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{d/2}{r}$. Mivel a csillagászati objektumok esetében $r \gg d$, a képlet egyszerűbb alakban is felírható: $\varphi \approx \frac{d}{r}$.

Források:

- `http://www.mcse.hu`
- `http://www.konkoly.hu/staff/mosoni/if.html`

Feladatok:

1. Határozzuk meg egy 200/1000-es távcső tulajdonságait!

   Megoldások:

   - Felbontóképesség: $0,58''$
   - Nyílásviszony: F/5
   - Minimális hasznos nagyítás: 25x
   - Felső hasznos nagyítás: 100x
   - Határmagnitúdó: $14,11^{\mathrm{m}}$

2. Ha az előzőekben használt eszközhöz egy 25 mm-es fókuszú, 50°-os látómezejű okulárt használunk, akkor mekkora lesz a nagyítás és a látószög?

   - Nagyítás: 40x
   - Látószög: $1,25°$

3. Állítsd felbontás szerint csökkenő sorrendbe a következő eszközöket: 20 cm-es Newton távcső, 3 méteres távoli infravörös ($\sim$ 100 mikron) teleszkóp, illetve 300 méteres rádiótávcső (a fél méteres hullámhossztartományban)! *(4 pont)*

   Megoldás: A felbontóképesség a arányos $\frac{\lambda}{D}$-vel, ahol λ a hullámhossz, D a távcső átmérője.

   A hullámhosszakat azonos mértékegységre kellett hozni.

Látható	$\sim$ 450 nm	$400 \cdot 10^{-9}$ m
Infravörös	$\sim$ 100 mikron	$100 \cdot 10^{-6}$ m
Rádió	0,5 m	$5 \cdot 10^{-1}$ m

   A hullámhossz-értékeket leosztva a távcsövek átmérőjével megkapjuk a sorrendet. A legpontosabbal kezdve: Newton, Infra, Rádió.

4. A Ceres törpebolygó tőlünk $r = 231419582$ km-re van. Átmérője: $r = 974,6$ km. Látszó fényessége $m = 9,32^{\mathrm{m}}$. Legalább mekkora távcső szükséges ahhoz, hogy láthassuk? Mekkora a látszó szögátmérője? Mekkora távcső kéne hogy egy 100 km-es objektumot rajta észlelni tudjunk?

   Megoldás:

   - Átmérő (határmagnitúdóhoz): $D = 21,986$ mm
   - Látszó szögátmérő: $\arctan \frac{r}{d} \approx 0,43''$ $\cdot 2$ az átmérőhöz, $\alpha = 0,86''$
   - Látszó szögátmérő (100 km): $\arctan \frac{50\ [\mathrm{km}]}{d} \approx 0,0446''$ $\cdot 2$ az átmérőhöz, $\alpha = 0,089''$
   - Szükséges átmérő: $D = \frac{11,6}{d\ ['']} \approx 130$ cm

Házi feladatok

1. A cepheidák abszolút fényessége és periódusideje között az alábbi korreláció található: $M_V = B \cdot \log P + C$, ahol $B = -2,81$ és $C = -1,43$ ha P-t napokban mérjük. Ha egy cepheida távolsága tőlünk 1 kpc, periódusa pedig 2,2 nap, milyen fényesnek látnánk?

2. A Kínai Nagy Fal szélessége 8 méter. Látnánk-e a Holdról szabad szemmel? Miért? Látnánk-e egy 15 cm-es távcsővel (látható tartományban)?

3. Mekkora lesz a 102/663-as távcső nagyítása és látószöge egy 10 mm-es, 50°-os okulárral? Érdemes-e ilyen okulárt választanunk? Indokoljuk meg a választ!