1. Oldd meg a következő egyenletet a kompex számok halmazán! Jellemezd azt sokszöget, amelynek csúcsait az egyenlet megoldásai jelölik ki a komplex számsíkon!

$$z^6 = 32\left(-1+\sqrt{3}i\right)$$

2. Írd fel annak a leképezésnek a mátrixát, amely a sík vektorait 30 fokkal forgatja el pozitív irányban (az óramutató járásával szemben) az origó körül!

3. Invertálható-e az alábbi mátrix?

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

4. Keresd meg az alábbi mátrix sajátértékeit, és adj meg minden sajátértékhez egy-egy sajátvektort!

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Integráld az alábbi függvényt! Az integrálási tartomány az origó középpontú, egységnyi sugarú körnek az I. síknegyedbe ($x \geq 0, y \geq 0$) eső része. A számítást végezd el Descartes-koordinátákkal és polárkoordinátákkal is!

$$f(x,y) = x \cdot (x^2+y^2)^{3/2}$$

6. Bizonyítsd be az alábbi vektormezőről, hogy előállítható skalármező gradienseként (a skalármező felírása nélkül)! Ezután állítsd elő a vektormezőt egy olyan skalármező gradienseként, amely az origóban nulla értékű!

$$\boldsymbol{v}(x,y,z) = \begin{bmatrix} e^x y + z + 5 \\ e^x + y + 4yz \\ x + 2y^2 + z^3 \end{bmatrix}$$

7. A térben adott a következő vektormező:

$$\boldsymbol{v}(x,y,z) = \begin{bmatrix} -x^2 \\ x+z \\ 3x-y \end{bmatrix}$$

Számítsd ki a $\oint \boldsymbol{v} d\boldsymbol{r}$ körintegrál értékét az origó középpontú, x-y síkban fekvő, 10 egység sugarú körvonalra! Ezután számítsd ki az előbbi körvonal által határolt körlapra a $\int rot\boldsymbol{v} d\boldsymbol{A}$ felületi integrált, és ellenőrizd, hogy teljesül a Stokes-tétel!

8. Bizonyítsd be a következő azonosságokat!

$$div\, rot\boldsymbol{v} = 0$$
$$rot\, rot\boldsymbol{v} = grad\, div\boldsymbol{v} - \Delta\boldsymbol{v}$$