

## Gázcseppcskék ütközése, átlagos szabad úthossz

Amikor meghatároztuk az egyensúlyban lévő gáz részecskéinek sebességeloszlását, a gázcseppcskék közötti kölcsönhatást csak annyiban vettük tekintetbe, hogy ez felel az egyensúlynak megfelelő eloszlás kialakításáért.

Az alábbiakban e kölcsönhatások leírásával és egyes – a gázcseppcskék mozgásával kapcsolatos – következményeikkel foglalkozunk.

### Az ütközési hatáskeresztmetszet

Az alábbiakban a gázcseppcskék ütközését párkölcsönhatásoknak tekintjük, azaz feltételezzük, hogy minden kölcsönhatásban csak két gázcseppcske vesz részt, a többitől pedig a kölcsönhatás időtartama alatt elvonatkoztatathatunk. Ez a feltevés akkor jogsult, ha ritka (kis részecskeszám-sűrűségű) gázt vizsgálunk.

Ezenkívül a gázcseppcskék kölcsönhatásait rugalmas ütközésnek fogjuk tekinteni, vagy pedig olyan rugalmatlan ütközésnek, amely után ugyanaz a két gázcseppcske van jelen, amely az ütközés előtt is jelen volt. Ezek közül az előbbi azt jelenti, hogy az ütközések során sem új részecskék (pl. fotonok) nem keletkeznek, sem a gázcseppcskék „belső” szabadsági fokai nem gerjesztődnek, azaz a két részecskes együttes haladó mozgási energiája az ütközés után ugyanakkora, amekkora az ütközés előtt volt. Ez jó közelítés szobahőmérsékletű atomos gázokra. Molekuláris gázok esetén azonban már szobahőmérsékleten is gerjesztődni tudnak a molekulák különböző rotációs állapotai, így ebben az esetben a részecskék együttes haladó mozgási energiája az ütközés után kisebb és nagyobb is lehet, mint az ütközés előtt.

(Megjegyzés: A hőmérséklet emelésével – azaz az ütköző részecskék energiájának növelésével – bővül az ütközés lehetséges kimeneteleinek száma: a forró gáz ütköző molekulái pl. disszociálhatnak vagy ionizálhatják egymást, nagyon magas hőmérsékleten az atommagok fuzionálhatnak stb. Emellett a hőmérséklet növekedésével a gázok egyre több fotonot bocsátanak ki, amelyek aztán szintén kölcsönhatásba léphetnek a gázcseppcskékkel.)

Első lépésként bevezetjük az ütközési hatáskeresztmetszet fogalmát. Ehhez képzeljük el számos egyforma részecskes monoenergiás, irányított nyalábját. (Azaz a nyalábot alkotó valamennyi részecskes ugyanazon irányban, ugyanakkora sebességgel mozog.) A nyaláb  $I$  részecskesfluxusán (részecskesáram-sűrűségén) a nyaláb haladási irányára merőlegesen felvett sík egységnyi felületén egységnyi idő alatt átmenő részecskék számát értik:

$$I = \frac{dN_{\text{átmenő}}}{dA \cdot dt}$$

A fluxus a fentiek alapján  $\frac{1}{m^2 \cdot s}$  dimenziójú.

Az elképzelt nyaláb legyen olyan, amelyben ez a fluxus térben és időben is állandó (legalábbis egy bizonyos tértartományon és időtartamon belül). Ebben a nyalábban elhelyezünk és a térben rögzítünk egy ugyanolyan részecskét, mint amilyenek magát a nyalábot alkotják. A nyalábot alkotó részecskék egy része szóródni fog a nyugvó részecskén, és irányt változtat. A nyugvó részecskét a továbbiakban szórócentrumnak hívjuk.

Ha a rögzített részecskes végtelen kiterjedésű erőteret hoz létre, és maga a nyaláb is végtelen kiterjedésű, akkor véges idő alatt is végtelen lesz a szóródó részecskék száma. Ez nyilván nem realisztikus modell. Szintén nem realisztikus, de a fogalom könnyebb bevezetését teszi lehetővé, ha a részecskéket merev testnek tekintjük külső erőter nélkül. Ekkor a részecskék egy része egyenes vonal mentén elhalad a szórócentrum mellett, más részecskék pedig merev testként nekiütköznek, és elpattannak róla. Az időegység alatt szóródó részecskék száma egyenesen arányos a nyaláb fluxusával:

$$\frac{dN_{\text{ütköző}}}{dt} \propto I$$

(Az arányosság akkor teljesül, ha a nyalábot alkotó részecskék saját méretükhöz képest nagy távolságra vannak egymástól. Ha ez nem teljesül, a már szóródott részecskék, a még nem szóródott részecskék és a szórócentrum között ütközések bonyolult szövevénye alakulhat ki.)

Hogy a fenti arányosságból egyenlőség legyen, egy arányossági tényezőt kell bevezetnünk. Ennek értéke függ az ütközésben részt vevő részecskéktől. Ha utóbbiakat merev testeknek tekintjük, akkor nyilván számít a részecskék kiterjedése: minél nagyobb kiterjedésűek a nyaláb részecskéi és a szórócentrum, annál több részecske fogja eltalálni a szórócentrumot. Az arányossági tényezőt  $\sigma$ -val szokták jelölni, és ütközési (vagy szórási) hatáskeresztmetszetnek hívják:

$$\frac{dN_{\text{ütköző}}}{dt} = \sigma \cdot I$$

A két oldal mértékegysége akkor lesz azonos, ha  $\sigma$  mértékegysége  $m^2$ , azaz a hatáskeresztmetszet tényleg keresztmetszet (terület) dimenziójú.

A hatáskeresztmetszet értéke általában függ az ütköző részecskék relatív sebességétől. Viszonylag lassú és elektromosan semleges gázcsepp részecskék ütközésének vizsgálatánál ez a sebességfüggés figyelmen kívül hagyható, és  $\sigma$  értéke a vizsgált atomok vagy molekulák keresztmetszének nagyságrendjébe esik (atomok és kis atomszámú molekulák esetén  $1 \text{ \AA}^2 < \sigma < 100 \text{ \AA}^2$ ). A hatáskeresztmetszet függhet az ütköző molekulák térbeli orientációjától is (egy téglatest keresztmetszete attól függ, milyen irányból nézem). Ilyen esetben az alábbi számítások akkor érvényesek, ha  $\sigma$  egy megfelelően átlagolt hatáskeresztmetszetet jelöl.

A szakasz zárásaképpen belátjuk, hogy egy részecskenyaláb fluxusa a nyaláb részecskeszám-sűrűségének és sebességének szorzatával egyenlő.

Ha a nyaláb részecskeszám-sűrűségét  $n$ -nel jelöljük, akkor azon részecskék  $N$  száma, melyek valamely  $V$  térfogaton belül tartózkodnak, így írható:

$$N = n \cdot V$$

Vegyünk fel egy  $A$  alapterületű,  $h$  magasságú egyenes hasábot úgy, hogy a hasáb alapja merőleges legyen a  $\mathbf{v}$  sebességvektorra! Adott pillanatban a nyaláb részecskéi közül összesen  $N = n \cdot V = n \cdot A \cdot h$  számú részecske tartózkodik a hasáb belsejében. Ezen részecskék  $t = \frac{h}{v}$  idő alatt hagyják el a hasábot az egyik alapján át, így a nyaláb fluxusa:

$$I = \frac{dN_{\text{átmenő}}}{dA \cdot dt} = \frac{n \cdot A \cdot h}{A \cdot \frac{h}{v}} = n \cdot v$$

### **A gázcsepp részecskék relatív sebességének eloszlása**

A későbbiekben szükségünk lesz rá, hogy ismerjük két, véletlenszerűen kiválasztott gázcsepp részecske relatív sebességének várható értékét. Az alábbiakban meghatározzuk a gázcsepp részecskék relatív sebességének eloszlását (valószínűségi sűrűségfüggvényét), hogy abból megkaphassuk a keresett várható értéket.

Ha feltesszük, hogy a gázcsepp részecskék sebessége egymástól független (a rendszeren belül „molekuláris káosz” uralkodik), akkor annak valószínűsége, hogy az egyik részecske sebessége a sebességtér  $\mathbf{v}_1$  körüli  $d^3v_1$  térfogatelemében, a másik részecske sebessége pedig a  $\mathbf{v}_2$  körüli  $d^3v_2$  térfogatelemében van:

$$P = f(\mathbf{v}_1)d^3v_1 \cdot f(\mathbf{v}_2)d^3v_2$$

Az itt szereplő  $f(\mathbf{v})$  függvény a sebességek Maxwell-féle eloszlásfüggvényét (valószínűségi sűrűségfüggvényét) jelöli.

A  $\mathbf{v}_1$  és  $\mathbf{v}_2$  sebességekről áttérünk a részecskék tömegközéppontjának  $\mathbf{V}$  sebességére, valamint a második részecske elsőhöz viszonyított  $\mathbf{v}_{rel} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$  sebességére. Ha egyforma (ezért azonos tömegű) részecskékből álló gázt vizsgálunk, a tömegközéppont  $\mathbf{V}$  sebessége a két gázcsepp részecske sebességének számtani közepe. Így

$$\begin{cases} \mathbf{V} = \frac{1}{2}(\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_1) \\ \mathbf{v}_{rel} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 \end{cases}$$

Átrendezve:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{V} - \frac{1}{2}\mathbf{v}_{rel} \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{V} + \frac{1}{2}\mathbf{v}_{rel} \end{cases}$$

A fenti valószínűségben szereplő  $d^3v_1 d^3v_2$  kifejezés helyett  $J d^3V d^3v_{rel}$  írható, ahol  $J$  a változócsere („koordináta-transzformáció”) Jacobi-determinánsa. Utóbbit tömör, szemléletes jelöléssel így szokták felírni:

$$J = \frac{\partial(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)}{\partial(\mathbf{V}, \mathbf{v}_{rel})}$$

Részletesen kiírva így fest:

$$J = \det \begin{bmatrix} \frac{\partial v_{1x}}{\partial V_x} & \frac{\partial v_{1x}}{\partial V_y} & \frac{\partial v_{1x}}{\partial V_z} & \frac{\partial v_{1x}}{\partial v_{rel,x}} & \frac{\partial v_{1x}}{\partial v_{rel,y}} & \frac{\partial v_{1x}}{\partial v_{rel,z}} \\ \frac{\partial v_{1y}}{\partial V_x} & \frac{\partial v_{1y}}{\partial V_y} & \frac{\partial v_{1y}}{\partial V_z} & \frac{\partial v_{1y}}{\partial v_{rel,x}} & \frac{\partial v_{1y}}{\partial v_{rel,y}} & \frac{\partial v_{1y}}{\partial v_{rel,z}} \\ \frac{\partial v_{1z}}{\partial V_x} & \frac{\partial v_{1z}}{\partial V_y} & \frac{\partial v_{1z}}{\partial V_z} & \frac{\partial v_{1z}}{\partial v_{rel,x}} & \frac{\partial v_{1z}}{\partial v_{rel,y}} & \frac{\partial v_{1z}}{\partial v_{rel,z}} \\ \frac{\partial v_{2x}}{\partial V_x} & \frac{\partial v_{2x}}{\partial V_y} & \frac{\partial v_{2x}}{\partial V_z} & \frac{\partial v_{2x}}{\partial v_{rel,x}} & \frac{\partial v_{2x}}{\partial v_{rel,y}} & \frac{\partial v_{2x}}{\partial v_{rel,z}} \\ \frac{\partial v_{2y}}{\partial V_x} & \frac{\partial v_{2y}}{\partial V_y} & \frac{\partial v_{2y}}{\partial V_z} & \frac{\partial v_{2y}}{\partial v_{rel,x}} & \frac{\partial v_{2y}}{\partial v_{rel,y}} & \frac{\partial v_{2y}}{\partial v_{rel,z}} \\ \frac{\partial v_{2z}}{\partial V_x} & \frac{\partial v_{2z}}{\partial V_y} & \frac{\partial v_{2z}}{\partial V_z} & \frac{\partial v_{2z}}{\partial v_{rel,x}} & \frac{\partial v_{2z}}{\partial v_{rel,y}} & \frac{\partial v_{2z}}{\partial v_{rel,z}} \end{bmatrix}$$

Az itt szereplő parciális deriváltak értéke a  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$  illetve  $(\mathbf{V}, \mathbf{v}_{rel})$  között fent megadott összefüggés alapján határozható meg. A Jacobi-determináns így írható:

$$J = \det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0.5 \\ 1 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

A determináns értékét ezek után pl. egy számítógépes program segítségével határozhatjuk meg. Egy másik lehetőség, hogy egyelőre csak annyit rögzítünk, hogy a determináns értéke konstans. Ez a konstans érték meg fog jelenni a relatív sebességek valószínűségi sűrűségfüggvényében. Így ha utóbbit integráljuk a teljes sebességtérre, és az eredményt egyenlővé tesszük 1-gyel, akkor az így kapott algebrai egyenletből  $J$  értékét meghatározhatjuk. Bárhogy járunk el, végül is a következőt kapjuk:

$$J = 1$$

A fenti valószínűség tehát így is írható:

$$P = f(\mathbf{v}_1) \cdot f(\mathbf{v}_2) d^3V d^3v_{rel} = f\left(\mathbf{V} - \frac{1}{2}\mathbf{v}_{rel}\right) \cdot f\left(\mathbf{V} + \frac{1}{2}\mathbf{v}_{rel}\right) d^3V d^3v_{rel}$$

A Maxwell-féle sebességeloszlás:

$$f(\mathbf{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m\mathbf{v}^2}{2kT}\right]$$

Így

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3 \exp\left[-\frac{m(\mathbf{V} - \frac{1}{2}\mathbf{v}_{rel})^2}{2kT}\right] \cdot \exp\left[-\frac{m(\mathbf{V} + \frac{1}{2}\mathbf{v}_{rel})^2}{2kT}\right] d^3V d^3v_{rel} \\ &= \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3 \exp\left[-\frac{m\mathbf{V}^2}{kT}\right] \cdot \exp\left[-\frac{m\mathbf{v}_{rel}^2}{4kT}\right] d^3V d^3v_{rel} \end{aligned}$$

Ennek alapján felírható annak  $P'$  valószínűsége, hogy a két részecske relatív sebességvektora a sebességtér  $\mathbf{v}_{rel}$  körüli  $d^3v_{rel}$  térfogatelemében van (függetlenül attól, hogy mekkora a két részecske tömegközéppontjának sebessége:

$$\begin{aligned} P' &= \left\{ \int \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^3 \exp \left[ -\frac{m\mathbf{V}^2}{kT} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{m\mathbf{v}_{rel}^2}{4kT} \right] d^3V \right\} d^3v_{rel} \\ &= \left\{ \int \exp \left[ -\frac{m\mathbf{V}^2}{kT} \right] d^3V \right\} \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^3 \cdot \exp \left[ -\frac{m\mathbf{v}_{rel}^2}{4kT} \right] d^3v_{rel} \end{aligned}$$

Az integrálás a korábbiakhoz hasonló módon végezhető el. Az integrál értéke:

$$\int \exp \left[ -\frac{m\mathbf{V}^2}{kT} \right] d^3V = \left( \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ -\frac{mv^2}{kT} \right] dv \right)^3 = \left( \frac{\pi kT}{m} \right)^{3/2}$$

Így

$$P' = \frac{1}{8} \left( \frac{m}{\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \exp \left[ -\frac{m\mathbf{v}_{rel}^2}{4kT} \right] d^3v_{rel}$$

A relatív sebesség valószínűségi sűrűségfüggvénye:

$$f_{rel}(\mathbf{v}_{rel}) = \frac{P'}{d^3v_{rel}} = \frac{1}{8} \left( \frac{m}{\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \exp \left[ -\frac{m\mathbf{v}_{rel}^2}{4kT} \right]$$

A fenti képletből kiolvasható, hogy a relatív sebességek eloszlása megfelel egy olyan gáz (Maxwell-féle) sebességeloszlásának, amelynek hőmérséklete  $2T$ .

Így a gázz részecskék relatív sebességének várható értéke:

$$\langle v_{rel} \rangle = \sqrt{\frac{8k \cdot 2T}{\pi m}} = 4 \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}$$

### **Az ütközések közötti átlagos időtartam és az átlagos szabad úthossz**

Következő lépésként meghatározzuk a gáz  $V$  térfogatú részében időegységenként végbemenő ütközések számát. Ha a gáz részecskeszám-sűrűségét  $n$ -nel jelöljük, akkor azon gázz részecskék száma, melyek a  $V$  térfogaton belül tartózkodnak, és sebességvektoruk a sebességtér  $\mathbf{v}$  körüli  $d^3v$  térfogatelemében van, így írható:

$$dN = n \cdot V \cdot f(\mathbf{v}) d^3v$$

Ugyanezen részecskék számsűrűsége:

$$dn = \frac{dN}{V} = n \cdot f(\mathbf{v}) d^3v$$

Mindazon részecskék együttese, melyeknek sebessége a  $\mathbf{v}$  körüli  $d^3v$  tartományba esik, egy-egy (közel) irányított, (közel) monoenergiás részecskenyalábnak tekinthető, melynek fluxusa az alábbi:

$$I = dn \cdot v = v \cdot n \cdot f(\mathbf{v}) d^3v$$

Ha egy  $\mathbf{v}'$  sebességgel mozgó gázz részecskét vizsgálunk, akkor úgy tekinthetjük, hogy ő számtalan nyaláb keresztműében áll. Ha valamely nyaláb „laboratóriumi” sebessége  $\mathbf{v}$  (azaz ekkora a nyaláb részecskéinek sebessége abban a vonatkoztatási rendszerben, amelyben a gáz mint egész nyugalomban van), akkor a  $\mathbf{v}'$  sebességű részecskéhez képest e nyaláb  $\mathbf{v}_{rel} = \mathbf{v} - \mathbf{v}'$  sebességgel mozog, fluxusa pedig:

$$I = v_{rel} \cdot n \cdot f(\mathbf{v}) d^3v = |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| \cdot n \cdot f(\mathbf{v}) d^3v$$

E nyaláb részecskéi közül időegység alatt  $\sigma \cdot I$  számú részecske fog a  $\mathbf{v}'$  sebességű részecskének nekiütközni, azaz... Azaz mégsem, mert a vizsgált részecske  $\mathbf{v}'$  sebességét már az első ütközés meg fogja változtatni, így egyből megváltozik a nyaláb sebessége is a részecskéhez képest. Viszont ha a gáz egyensúlyban van, azaz a részecskék

sebességeloszlása nem változik, akkor a  $\mathbf{v}'$  sebességű állapotból „kipattant” részecske helyébe azonnal egy másik lép, amely korábban más sebességgel mozgott, de egy ütközés hatására sebessége  $\mathbf{v}'$ -re változott. Azon részecskék száma, amelyeknek sebessége a  $\mathbf{v}'$  körüli  $d^3\mathbf{v}'$  tartományban található, időben állandó, értéke  $n \cdot V \cdot f(\mathbf{v}')d^3\mathbf{v}'$ . E részecskék időegységenként összesen  $n \cdot V \cdot f(\mathbf{v}')d^3\mathbf{v}' \cdot \sigma \cdot |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| \cdot n \cdot f(\mathbf{v})d^3\mathbf{v}$  számú ütközést szenvednek el olyan részecskéktől, amelyek sebessége a  $\mathbf{v}$  körüli  $d^3\mathbf{v}$  tartományban van. Az időegység alatt végbemenő összes ütközések száma tehát:

$$\frac{dN_{\text{ütk}}}{dt} = \frac{1}{2} \int n \cdot V \cdot f(\mathbf{v}') \cdot \sigma \cdot |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| \cdot n \cdot f(\mathbf{v})d^3\mathbf{v}'d^3\mathbf{v}$$

Miért az  $\frac{1}{2}$  szorzó? Azért, mert az integrálásnál valójában minden ütközést kétszer számoltunk le: először az A részecske képviselte a „kiszemelt részecskét”, a B részecske pedig a „nyalábhoz” tartozott, aztán pedig fordítva.

Ha  $\sigma$  konstansnak tekinthető, akkor a fenti kifejezés így írható:

$$\frac{dN_{\text{ütk}}}{dt} = \frac{n^2 \cdot \sigma \cdot V}{2} \int |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| \cdot f(\mathbf{v}') \cdot f(\mathbf{v})d^3\mathbf{v}'d^3\mathbf{v}$$

A fenti kifejezésben szereplő integrál nem más, mint két, véletlenszerűen kiválasztott gázcsepeke relatív sebességének várható értéke. Így

$$\frac{dN_{\text{ütk}}}{dt} = \frac{n^2 \cdot \sigma \cdot V}{2} \cdot 4 \sqrt{\frac{kT}{\pi m}} = 2n^2 \cdot \sigma \cdot V \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}$$

Most meghatározzuk, hogy egy részecske időegység alatt átlagosan hány ütközést szenved el. A vizsgált  $V$  térfogatban összesen  $n \cdot V$  részecske van, és minden ütközés két részecskét érint. Így egyetlen részecske időegységenkénti ütközéseinek száma:

$$\frac{2 \cdot \frac{dN_{\text{ütk}}}{dt}}{n \cdot V} = 4n \cdot \sigma \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}$$

Az egymást követő ütközések között eltelő átlagos  $\tau$  idő az előbbi mennyiség reciproka:

$$\tau = \frac{1}{4n \cdot \sigma \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}}$$

A gázcsepeke által két ütközés között átlagosan megtett út hosszát átlagos szabad úthossznak nevezik. Most ennek nagyságát fogjuk kiszámítani.

Kellően hosszú (számos ütközést tartalmazó)  $t$  időtartam alatt a gázcsepeke által megtett teljes útra jó közelítéssel teljesül:

$$s = \langle v \rangle \cdot t = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \cdot t$$

A gázcsepeke időegységenként átlagosan  $4n \cdot \sigma \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}$  számú ütközést szenved el, így  $t$  időtartam alatt az ütközései számára fennáll:

$$N_{\text{ütk}} = 4n \cdot \sigma \sqrt{\frac{kT}{\pi m}} \cdot t$$

A  $\lambda$  átlagos szabad úthosszt úgy kapjuk, hogy a megtett utat osztjuk a út megtétele közben történt ütközések számával:

$$\lambda = \frac{s}{N_{\text{ütk}}} = \frac{\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \cdot t}{4n \cdot \sigma \sqrt{\frac{kT}{\pi m}} \cdot t} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \cdot \sigma}$$

A fent kapott összefüggések alkalmazásaképpen kiszámítjuk az átlagos szabad úthosszt és a két ütközés között eltelő átlagos időtartamot atomos hidrogéngáz esetén, ha utóbbi hőmérséklete  $T = 80 \text{ K}$ , részecskeszám-sűrűsége pedig  $n = 10 \frac{1}{\text{cm}^3} = 10^7 \frac{1}{\text{m}^3}$ . Ezek az értékek a csillagközi HI-felhők esetén tipikusnak mondhatók.

A hidrogénatom tömege  $m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ . Az ütközési hatáskeresztmetszetet a  $\sigma = 3.5 \text{ \AA}^2 = 3.5 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$  értékkel becsüljük. A két keresett mennyiség:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \cdot \sigma} \approx 2 \cdot 10^{12} \text{ m} \approx 13 \text{ AU}$$

$$\tau = \frac{1}{4n \cdot \sigma} \sqrt{\frac{\pi m}{kT}} \approx 1.6 \cdot 10^9 \text{ s} \approx 49 \text{ y}$$

A csillagközi gázfelhő globális viselkedésének egyensúlyi termodinamikára és statisztikus fizikára épülő leírása akkor indokolt, ha  $\lambda$  illetve  $\tau$  értéke nagyságrendekkel kisebb, mint a felhő állapotát megadó termodinamikai mennyiségek tér- illetve időbeli változásának jellemző léptéke. Ekkor feltételezhetjük, hogy az ütközések folyamatosan biztosítják az egyensúlyi állapotra jellemző sebességeloszlás fenntartását. Mekkora az utóbbi léptékek?

Legyen a felhő átmérője  $5 \text{ pc}$ , ami tipikusnak mondható érték. A termodinamikai mennyiségek változásának léptékéről feltesszük, hogy az nem sokkal kisebb a felhő méreténél, tehát mondjuk a  $0.1 \text{ pc} \approx 3 \cdot 10^{15} \text{ m}$  nagyságot meghaladja. Utóbbi érték 1500-szor akkora, mint a  $\lambda$  átlagos szabad úthossz. Az időskála becslése némileg bonyolultabb, mert nem magától értetődő, hogy mely folyamatok fogják a mennyiségek időbeli változását előidézni. Viszont alsó becslésnek feltehetően nem rossz, ha azt az időtartamot választjuk, amely alatt egy vákuumban haladó fénysugár megtenné a felhő átmérőjének megfelelő távolságot. Ennek értéke  $t = \frac{d}{c} \approx 5 \cdot 10^8 \text{ s} \approx 16 \text{ y}$ . Ez nagyságrendileg megegyezik  $\tau$ -val, sőt, kisebb annál. Viszont az időbeli változások tényleges léptéke feltehetőleg sokkal nagyobb a fénysugár áthaladási idejénél. Összességében tehát jogosultnak tűnik a felhő leírása az egyensúlyi termodinamika és statisztikus fizika módszereivel, ha a felhő globális statikájáról és dinamikájáról akarunk képet alkotni.